

Тема урока: Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений.

Деятельностная цель: формирование способности учащихся обобщать и систематизировать знания при решении задач с помощью рациональных уравнений.

Образовательная цель: отработка навыков работы составления уравнений по условию задач.

Задачи:

Образовательные: выработать умение решать задачи с помощью дробно – рациональных уравнений.

Развивающие: вовлечь в активную практическую деятельность, совершенствовать навыки общения.

Воспитательные: формирование уважительного отношения к малой Родине, чувства патриотизма к родной земле, желания трудиться на ней и приносить пользу.

Личностные УУД: ценностное отношение к умению удерживать учебную задачу, осознание учащимися практической и личностной значимости результатов каждого этапа урока, ответственное отношение к результатам своей деятельности.

Регулятивные УУД: умение принимать и сохранять цель урока, умение планировать, контролировать и оценивать свои действия, умение провести рефлексию своих действий на уроке.

Коммуникативные УУД: умение слушать собеседника и вести диалог, высказывать свою точку зрения, правильно говорить, умение преодолевать трудности в учении, используя для этого проблемную ситуацию, умение анализировать, сравнивать, обобщать изучаемый материал.

Ход урока:

1. (Подготовка обучающихся к восприятию учебного материала) Приветствие, ориентация класса на работу, изложение плана работы на уроке.
Здравствуйте, ребята. Ещё начиная с начальной школы, вы учились решать задачи. Для этого с каждым годом вы обучались всё новым и новым методам и способам решения. Сегодня мы познакомимся с задачами, решение которых сводится к дробным рациональным уравнениям.
2. Эпиграфом нашего урока я взяла слова Генри Форда « Залогом успеха является, в первую очередь, хорошая подготовка»;

они имеют отношение не только к предпринимательской деятельности, но и к учебной, в том числе и к изучению математики. Для того чтобы успешно решать задачи с помощью дробных рациональных уравнений, необходимо хорошо знать теорию решения этих самых уравнений. Поэтому повторим необходимые в дальнейшем понятия и формулы.

-Какие уравнения называются дробными рациональными?

-Алгоритм решения дробных рациональных уравнений:

1. Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение.

2. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель.

3. Решить получившееся уравнение.

4. Исключить проверкой из корней уравнения те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

(Проведение самостоятельной тестовой работы)

1. Среди данных уравнений выберите то, которое не является дробным рациональным:

1) $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$;

2) $\frac{x}{5-x} = 3$;

3) $4x^2 - 3x + 5 = 0$.

(3)

2. При каких значениях переменной x уравнение

$\frac{2x^2 - 3x - 14}{x+2} = \frac{x}{x^2 + 1}$ не имеет смысла:

1) -2;

2) -2 и -1;

3) всегда имеет смысл.

(-2)

3. Сколько корней имеет уравнение

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{x - 0,5} = 0$$

1) 1 корень;

2) не имеет корней;

3) 2 корня.

(не имеет корней)

4. Найти корни уравнения

$$\frac{3x^2 - 8x - 3}{x - 3} = 0$$

1) $x = -\frac{1}{3}$;

2) $x = \frac{1}{3}$ или $x = -3$;

3) $x = -\frac{1}{3}$ или $x = 3$.

($x = -\frac{1}{3}$)

5. Укажите общий знаменатель:

$$\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$$

1) $x-3$;

$$2) x(x-3);$$

$$3) (5x-7)(4x-3).$$

$$(x(x-3))$$

Давайте сделаем **вывод**: итак, вы **научились решать дробные рациональные уравнения**. Решать эти уравнения вы научились не зря, а для решения большого аппарата задач.

3. Запишите тему нашего урока «Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений». Перед нами стоит задача: совершенствовать навык составления уравнения по условию задачи и умение проверять соответствие найденного решения условиям задачи.

Мы научились решать дробные уравнения.

А для чего они нужны? Какие задачи приводят к их появлению?

- Такие ,в которых одна величина выражается через другие при помощи дробного выражения.

Например: $\frac{\text{путь}}{\text{скорость}} = \text{время}$; $\frac{\text{путь}}{\text{время}} = \text{скорость}$;

Сторона прямоугольника = $\frac{\text{площадь}}{2 \text{ сторона}}$;

$\frac{\text{стоимость}}{\text{количество}} = \text{цена}$; $\frac{\text{стоимость}}{\text{цена}} = \text{количество}$; $\frac{\text{работа}}{\text{время}} = \text{производительность}$;

$\text{время} = \frac{\text{работа}}{\text{производительность}}$ и другие.

Рассмотрим применение дробных рациональных уравнений при решении следующей задачи (задача записана на карточках, лежащих на столах у учеников):

Катер прошёл 108 км по течению реки и 84 км против течения. Скорость течения реки 3 км/ч . Найдите собственную скорость катера, если на путь по течению он затратил то же время, что и на путь против течения реки.

Для начала, давайте вспомним основные этапы решения задачи на составление уравнения. Нам известны три этапа. Какие это этапы?

- Ученик: 1. Анализ условия, составление математической модели.
2. Работа с моделью.
3. Запись ответа.

Возвращаемся к нашей задаче.

Будем решать с помощью уравнения.

Обратите внимание на следующую таблицу (таблица выводится на экран. Слайд №5).

Обучающиеся постепенно заполняют таблицу, пользуясь знаниями из курса математики.

скорость	путь	время
$V=S/t$	$S= Vt$	$t= S/ V$

$$V \text{ по течению} = V \text{ собств.} + V \text{ течения реки}$$

$$V \text{ против течения} = V \text{ собств.} - V \text{ течения реки}$$

Теперь давайте дадим полное пояснение нашим действиям (записывают в тетрадь):

Пусть x км/ч – собственная скорость катера.

Тогда $(x+3)$ км/ч – скорость катера по течению, $(x-3)$ км/ч – скорость катера против течения, $108/(x+3)$ ч – время движения катера по течению, $84/(x-3)$ ч – время движения против течения. Зная, что время движения по течению равно времени движения против течения, составим и решим уравнение: (слайд №6)

$$\frac{108}{x+3} = \frac{84}{x-3};$$

Решение:

$$108(x-3) = 84(x+3)$$

$$108x - 324 = 84x + 252$$

$$108x - 84x = 252 + 324$$

$$24x = 576$$

$$x = 24$$

$$\text{ОДЗ: } (x+3)(x-3) \neq 0$$

$$x \neq -3 \text{ и } x \neq 3$$

$$x = 24 \text{ (км/ч) – собственная скорость катера}$$

Ответ: 24 км/ч.

5. Решение задач.

Самостоятельное решение задачи с последующей записью решения на доске.

Задача 2. Числитель дроби на 3 меньше её знаменателя. Сумма дроби и обратной ей дроби в 7,25 раза больше исходной дроби. Найти исходную дробь.

Обозначим за $\frac{x}{x-3}$ – знаменатель дроби. Тогда $(x-3)$ – числитель этой дроби. Значит, исходная дробь имеет вид $\frac{x-3}{x}$. Так как по условию задачи сумма дроби $\frac{x-3}{x}$ и обратной ей дроби $\frac{x}{x-3}$ в 7,25 раза больше исходной дроби, то можем составить уравнение:

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = 7,25 \cdot \frac{x-3}{x}$$

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = \frac{29}{4} \cdot \frac{x-3}{x} \quad | \cdot 4x(x-3)$$

$$4(x-3)(x-3) + 4x^2 = 29(x-3)(x-3)$$

$$4x^2 - 24x + 36 + 4x^2 = 29x^2 - 174x + 261$$

$$21x^2 - 150x + 225 = 0$$

$$D = (-150)^2 - 4 \cdot 21 \cdot 225 = 22500 - 18900 = 3600. D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-150) \pm \sqrt{3600}}{2 \cdot 21} = \frac{150 \pm 60}{42}$$

$$x_1 = \frac{210}{42} = 5; \quad x_2 = \frac{90}{42} = \frac{15}{7}$$

5 – знаменатель, $5 - 3 = 2$ – числитель.

$\Rightarrow \frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Ответ: $\frac{2}{5}$ – исходная дробь.

Задача 3.

Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это необходимо на 12 ч больше, чем первой?

Решение:

Пусть x ч – время выполнения работы 1-ой бригадой.

Тогда $(x+12)$ ч – время выполнения работы 2-ой

бригадой,

$\frac{1}{x}$ - производительность 1-ой бригады,

$\frac{1}{x+12}$ - производительность 2-ой бригады.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+12} = \frac{1}{8}$$

Зная, что совместная производительность бригад $1/8$, составим и решим уравнение:

$x_1=12, x_2=-8$ (не удовлетворяет условию задачи)

12 ч – время работы 1 бригады, $(12+12)=24$ (ч) – время работы 2 бригады.

Ответ: 12 ч, 24 ч.

6. Итак, в нашем распоряжении несколько минут, поэтому давайте подведем итоги.

Вы, наверное, обратили внимание, что были решены задачи разного характера, и решение каждый раз сводилось к решению дробных рациональных уравнений.

А закончить наш урок хотелось бы словами великого ученого А.Эйнштейна: **«Мне приходится делить свое время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее, потому что политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».**

Для дальнейшего совершенствования навыка составления уравнений по условию задачи в качестве домашнего задания предлагаю вам решить следующую задачу:

Расстояние между двумя селами, равное 120 км, один мотоциклист проезжает на 30 мин быстрее, чем второй. Найти скорость каждого мотоциклиста, если известно, что скорость второго на 20 км/ч меньше скорости первого.

Решение:

Пусть x км/ч – скорость второго мотоциклиста, тогда $(x+20)$ км/ч – скорость первого, $120/x$ ч – время движения второго мотоциклиста, $120/(x+20)$ ч – время движения первого мотоциклиста.

Зная, что первый мотоциклист проезжает на 30 мин быстрее, чем второй, и 30 мин = $1/2$ ч, составим и решим уравнение:

Решение:
$$\frac{120}{x-20} - \frac{120}{x} = \frac{1}{2}$$

$$120 \cdot 2x - 120 \cdot 2(x-20) = x(x-20)$$

$$240x - 240x + 4800 = x^2 - 20x$$

$$x^2 - 20x - 4800 = 0$$

$$D = 19600$$

$$x_1 = 80, x_2 = -60$$

$$\text{ОДЗ: } 2x(x-20) \neq 0$$

$$x \neq 0 \text{ и } x \neq 20$$

Корень уравнения -60 не удовлетворяет условию задачи.

80км/ч – скорость второго мотоциклиста.

80+20=100 (км/ч) – скорость первого мотоциклиста.

Ответ: 80км/ч, 100км/ч.

Задача 1.

Катер прошёл 108 км по течению реки и 84 км против течения. Скорость течения реки 3 км/ч . Найдите собственную скорость катера, если на путь по течению он затратил то же время, что и на путь против течения реки.

Задача 2.

Числитель дроби на **3** меньше её знаменателя.

Сумма дроби и обратной ей дроби в **7,25** раза больше исходной дроби. Найдите исходную дробь.

Задача 3.

Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это необходимо на 12 ч больше, чем первой?

Задача 4.

Расстояние между двумя селами, равное 120 км, один мотоциклист проезжает на 30 мин быстрее, чем второй. Найдите скорость каждого мотоциклиста, если известно, что скорость второго на 20 км/ч меньше скорости первого.

Задача 1.

Катер прошёл 108 км по течению реки и 84 км против течения. Скорость течения реки 3 км/ч . Найдите собственную скорость катера, если на путь по течению он затратил то же время, что и на путь против течения реки.

Задача 2.

Числитель дроби на **3** меньше её знаменателя.

Сумма дроби и обратной ей дроби в **7,25** раза больше исходной дроби. Найдите исходную дробь.

Задача 3.

Две бригады, работая вместе, вспахали поле за 8 ч. За какое время может вспахать поле каждая бригада, работая самостоятельно, если второй бригаде на это необходимо на 12 ч больше, чем первой?

Задача 4.

Расстояние между двумя селами, равное 120 км, один мотоциклист проезжает на 30 мин быстрее, чем второй. Найдите скорость каждого мотоциклиста, если известно, что скорость второго на 20 км/ч меньше скорости первого.

<p>1. Среди данных уравнений выберите то, которое не является дробным рациональным:</p> <p>1) $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$;</p> <p>2) $\frac{x}{5-x} = 3$;</p> <p>3) $4x^2 - 3x + 5 = 0$.</p>	<p>1. Среди данных уравнений выберите то, которое не является дробным рациональным:</p> <p>1) $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$;</p> <p>2) $\frac{x}{5-x} = 3$;</p> <p>3) $4x^2 - 3x + 5 = 0$.</p>
<p>2. При каких значениях переменной x уравнение $\frac{2x^2 - 3x - 14}{x+2} = \frac{x}{x^2 + 1}$ не имеет смысла:</p> <p>1) -2;</p> <p>2) -2 и -1;</p> <p>3) <i>всегда имеет смысл.</i></p>	<p>2. При каких значениях переменной x уравнение $\frac{2x^2 - 3x - 14}{x+2} = \frac{x}{x^2 + 1}$ не имеет смысла:</p> <p>1) -2;</p> <p>2) -2 и -1;</p> <p>3) <i>всегда имеет смысл.</i></p>
<p>3. Сколько корней имеет уравнение $\frac{4x^2 - 4x + 1}{x - 0,5} = 0$</p> <p>1) <i>1 корень;</i></p> <p>2) <i>не имеет корней;</i></p> <p>3) <i>2 корня.</i></p>	<p>3. Сколько корней имеет уравнение $\frac{4x^2 - 4x + 1}{x - 0,5} = 0$</p> <p>1) <i>1 корень;</i></p> <p>2) <i>не имеет корней;</i></p> <p>3) <i>2 корня.</i></p>
<p>4. Найти корни уравнения $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x - 3} = 0$</p> <p>1) $x = -\frac{1}{3}$;</p> <p>2) $x = \frac{1}{3}$ или $x = -3$;</p> <p>3) $x = -\frac{1}{3}$ или $x = 3$.</p>	<p>4. Найти корни уравнения $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x - 3} = 0$</p> <p>1) $x = -\frac{1}{3}$;</p> <p>2) $x = \frac{1}{3}$ или $x = -3$;</p> <p>3) $x = -\frac{1}{3}$ или $x = 3$.</p>
<p>5. Укажите общий знаменатель:</p> $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$ <p>1) $x-3$;</p> <p>2) $x(x-3)$;</p> <p>3) $(5x-7)(4x-3)$.</p>	<p>5. Укажите общий знаменатель:</p> $\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$ <p>1) $x-3$;</p> <p>2) $x(x-3)$;</p> <p>3) $(5x-7)(4x-3)$.</p>